

曲线曲面拟合中型值点参数的最优化

任绍忠 王国瑾

(浙江大学计算机图象图形研究所, 杭州 310027) (浙江大学 CAD & CG 国家重点实验室, 杭州 310027)

摘要 曲线、曲面光滑拟合的关键是寻找与型值点相应的最优参数, 然后即可按最小二乘法通过建立最佳拟合方程来求出控制顶点。现有的各种参数选取法, 由于没有体现最优参数的几何特征, 从而使得最终的拟合精度偏低和计算的时间复杂性偏大。为了提高曲线、曲面拟合精度和计算速度, 提出了一种型值点参数最优化的算法, 该算法先利用点到曲线、曲面的正交投影, 结合参数坐标邻域的搜索来提高计算速度, 然后在曲线、曲面的迭代过程中不断修正参数, 最终产生具有明显几何意义的型值点参数, 以达到最佳拟合效果。与 Hoschek, Carlos 以及 Piegl 等算法的拟合结果比较表明, 该算法迭代次数减少了 10% ~ 90%, 计算时间复杂度降低了 20% ~ 70%, 计算精确度提高了 40% 左右。

关键词 曲线 曲面 拟合 参数 正交投影

中图法分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2006)01-0096-07

Optimizing the Parameters of Data Points in Curve and Surface Fitting

REN Shao-zhong, WANG Guo-jin

(Institute of Computer Images and Graphics, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

(State Key Laboratory of CAD & CG, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

Abstract The key point in smooth and fairing fitting of curves and surfaces is to search the optimal parameters of data points, and then construct an optimal fitting equation according to the least square method and get control points based on the equation. As existing techniques for choosing parameters do not embody the geometric characteristic of the optimal parameters, the fitting is either imprecise or of great cost. In order to improve fitting precision and computing speed, we offers an algorithm on optimizing the parameters of data points. By using the orthogonal projection of data points to corresponding curve or surface, and making a search for the neighborhood of the parametric coordinate computation is speed up and the parameters can be ceaselessly corrected with the iterative process of the curves and the surfaces, so that the resulting parameters will possess distinct geometrical meaning, and the optimal fitting effect can be obtained. Comparing with the algorithms of Hoschek, Carlos and Piegl in some examples, it is validated that this method can cut down iteration times about 10% ~ 90%, reduce time consumption around 20% ~ 70%, or improve precision nearly 40%.

Keywords curve, surface, fitting, parameter, orthogonal projection

1 引言

曲线曲面拟合是外形设计的一个重要研究课题,且在逆向工程等方面都有广泛的应用。鉴于反求控制顶点的最佳法方程需要对被拟合的型值点集

设定参数,而这些参数的取值又直接影响到拟合精度,为此许多学者都对此进行了深入研究,并提出了各种参数取值方法,如 Hoschek 提出了线性搜索算法^[1],即利用型值点到迭代曲线/曲面上的参数取值点的偏差向量来修正参数。这个方法虽速度较快,但精度不够高,特别是对不规则分布的型值点,

基金项目:国家自然科学基金项目(60373033,60333010);国家重点基础研究发展规划“973”项目(2002CB312101)

收稿日期:2005-01-15;改回日期:2005-04-20

第一作者简介:任绍忠(1980~),男,2003年获浙江大学数学与应用数学学士学位,现为浙江大学计算机图象图形研究所硕士研究生。主要研究方向为计算机图形学、计算机辅助几何设计。E-mail: giren_6109@hotmail.com

其拟合效果不够好;Carlos 和 Tim 提出了利用矩阵广义逆^[2-5]来直接计算型值点参数,即将拟合问题转化为最小化问题^[6],但矩阵广义逆的运算需要较多机时,而且代数解法缺乏明显的几何意义。此外 Piegl 和 Tiller 给出了张量积曲面的型值点最小投影区域平面的概念^[7],用于初始化型值点参数。由于这个方法需要先对曲线曲面进行离散,才能再求型值点到四边形的投影,其不但计算的时间复杂度很高、精度较低,而且收敛性还得不到保证。基于对目前已有方法的各种局限性的分析,笔者认为要寻求与型值点集相对应的最佳参数,关键是要抓住最佳参数的几何本质,并给以简洁而科学的数学刻画,而空间型值点到迭代曲线曲面的正交投影法,正是一个十分理想的工具。同时,为加快计算速度,可再用参数坐标邻域的搜索加以配合,以便在曲线曲面的迭代过程中不断修正参数,使其最终产生具有明显几何意义的型值点参数,以达到最佳拟合效果。

考虑到现实工程中三次曲线及双三次曲面应用的广泛性以及曲线曲面拟合的整体光顺性要求,不失一般性,本文采用分段三次均匀 B 样条曲线曲面作为研究模型。并将设计的算法与 Hoschek, Carlos 以及 Piegl 等算法进行了实例比较,结果证明,本算法不仅能获得较高的拟合精确度,而且具有较低的计算时间复杂性和较稳定的迭代收敛性。本文算法对逆向工程等外形设计无疑有实际的应用价值。

2 问题的提出及记号的约定

2.1 曲线拟合的情况

曲线曲面拟合问题来源于通过求作一条段数为 m ,且整体光顺的三次均匀 B 样条曲线 $p(t) = \sum_{h=1}^{m+3} W_h(t)p_h, (0 \leq t \leq 1)$ (其中, p_h 表示曲线的第 h 个控制顶点)来拟合给定的型值点序列 $\{q_i = (x_i, y_i, z_i)\}_{i=1}^M \in \mathbf{R}^3, M \geq m + 3$ 。若引入子曲线段参数 $r = mt - [mt] \in [0, 1)$ 及段序号 $j = [mt] + 1 \in [1, m]$,则可得到以下三次均匀 B 样条基函数^[8,9]

$$W_h(t) = \begin{cases} 0 & h < j \text{ 或 } h > j+3 \\ \frac{1}{6} \begin{pmatrix} r^3 & r^2 & r & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} & h = j, j+1, j+2, j+3 \end{cases}$$

于是,曲线拟合问题就被归结为求和式

$$\sum_{i=1}^M \min_{t \in [0,1]} \|q_i - p(t)\|^2 \quad (1)$$

的极小解问题。为方便计,可对每个型值点 q_i 选取一个对应的参数 t_i 。由于最优化参数 t_i 的含义系指当 $t = t_i$ 时,型值点 q_i 到曲线 $p(t)$ 之间的距离达到最小,因此在参数最优的意义下,上述极值问题被转化为使偏差向量 $d_i = q_i - p(t_i), i = 1, 2, \dots, M$ 的和式

$$d = \sum_{i=1}^M \|q_i - p(t_i)\|^2 \quad (2)$$

的极小化问题。现有的选取初始化参数的一种较好的方法^[6]是取

$$t_1 = 0, t_i = \frac{\sum_{j=1}^i \|q_j - q_{j-1}\|_V}{\sum_{j=1}^M \|q_j - q_{j-1}\|_V}, i = 2, 3, \dots, M \quad (3)$$

其中, $\|\cdot\|_V = \sqrt{X^T V X}$ 为向量 X 的 V 范数,其中

$$V = \left(\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M q_j^T q_j \right)^{-1}$$

为型值点向量的协方差的逆矩阵。记

$$a_\alpha = (W_\alpha(t_1), W_\alpha(t_2), \dots, W_\alpha(t_M))^T, \alpha = 1, 2, \dots, m+3$$

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_{m+3})$$

$$P = (p_1, p_2, \dots, p_{m+3})^T, Q = (q_1, q_2, \dots, q_M)^T$$

则式(2)可以用矩阵形式表示为

$$d = (AP - Q)^T (AP - Q) \quad (4)$$

由最小二乘法知,上式极小化相当于求解法方程

$$\frac{\partial d}{\partial P} = \left(\frac{\partial d}{\partial p_1}, \frac{\partial d}{\partial p_2}, \dots, \frac{\partial d}{\partial p_{m+3}} \right)^T = 0$$

即

$$A^T A P = A^T Q \quad (5)$$

解此超定方程,即可得到拟合曲线的控制顶点集 P 。由此容易看出,在式(2)极小化的过程中,一般来说,偏差向量 d_i 并不正交于最后求得的拟合曲线 $p(t)$,即任一型值点 q_i 与拟合曲线 $p(t)$ 的距离 $\|d_i\|$ 并没有最小化,或者说, t_i 并不是最优的型值点参数,这就严重影响了曲线的拟合精度。

2.2 曲面拟合的情况

类似地,曲面拟合时,首先要做一张块数为 $m \times n$,且整体光顺的双三次均匀 B 样条曲面 $s(u, v) = \sum_{\alpha=1}^{m+3} \sum_{\beta=1}^{n+3} W_\alpha(u) W_\beta(v) p_{\alpha, \beta}, (0 \leq u, v \leq 1)$, 然后用其来拟合给定的型值点序列 $\{q_{i,j}\}_{i=1, j=1}^{M,N} \in \mathbf{R}^3, M \geq m+3, N \geq n+3$ 。若引入子曲面块参数 $\mu = mu - [mu]$ 和 $\nu = nv - [nv]$ 以及块序号 $\rho = [mu] + 1$ 及

$\theta = [nv] + 1$, 则可得到三次均匀 B 样条基函数 $W_\alpha(u)$ 和 $W_\beta(v)$, 而曲面拟合就是求和式

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \min_{u \in [0,1], v \in [0,1]} \|q_{i,j} - s(u,v)\|^2 \quad (6)$$

的极小值。如果 (u_i, v_j) 是与型值点 $q_{i,j}$ 对应的最优优化参数, 则偏差向量 $d_{i,j} = q_{i,j} - s(u_i, v_j)$ 为极小, 这样拟合问题就转化为求曲面的控制顶点集的问题, 并使得

$$d = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \|q_{i,j} - s(u_i, v_j)\|^2 = \min \quad (7)$$

若用 A, P, Q 表示上述方程, 则同理由最小二乘法知, 上式之解可归结为解方程 $A^T A P = A^T Q$ 。于是剩下的问题就是选取参数的问题, 通常选取参数的方法是把型值点网格间距之平均值作为型值点参数的间距^[9], 即把型值点 $q_{i,j}$ 的初始化参数取为

$$u_i = 0, v_i = u_{i-1} + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \|q_{i-1,j} - q_{i,j}\|_v, \quad i = 2, 3, \dots, M$$

$$v_j = 0, v_j = v_{j-1} + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \|q_{i,j-1} - q_{i,j}\|_v, \quad j = 2, 3, \dots, N \quad (8)$$

并将其转化至单位区间上, $u_i \rightarrow u_i/u_M, v_j \rightarrow v_j/v_N$, 这里

$$V = \left(\frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N q_{i,j}^T q_{i,j} \right)^{-1}$$

也是型值点向量的一个协方差矩阵的逆矩阵。和曲线拟合的情况一样, 现有各种方法所选取的 (u_i, v_j) 都不可能是型值点 $q_{i,j}$ 的最优参数, 也就是说, 由于偏差向量 $d_{i,j}$ 都不正交于拟合曲面 $s(u, v)$, 因此型值点 $q_{i,j}$ 与拟合曲面的距离并没有达到最小, 其结果是拟合精度偏低。

3 曲线曲面的最优化参数拟合

3.1 曲线最优化参数拟合

下面用点到曲线的正交投影法来寻找拟合曲线上的最优参数 \hat{t}_i , 使得偏差值 $\|\hat{d}_i\| = \|q_i - p(\hat{t}_i)\|$ 最小。由解析几何知, 这一偏差值最小, 当且仅当偏差向量 \hat{d}_i 与曲线 $p(t)$ 在 \hat{t}_i 处的切线 $p'(\hat{t}_i)$ 正交(见图 1), 即当 $t_i = \hat{t}_i$ 时, 有

$$(q_i - p(t_i)) \cdot p'(t_i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (9)$$

这是一个关于未知参数 t_i 的五次多项式, 其中曲线方程是由初始控制顶点决定的。考虑到初始的型值点参数已能产生一定的拟合效果, 因此只需要在其值附近搜索更优的参数, 那么其解一般就是唯一的。利用多项式在初始值附近求零点的方法, 就可以求

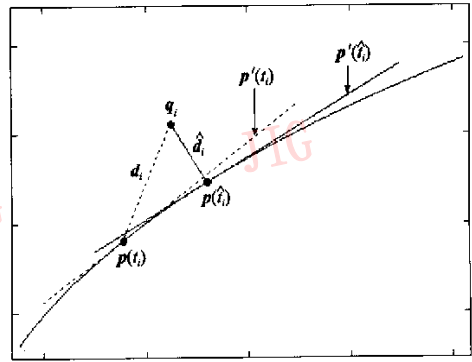


图 1 偏差向量 d_i 在拟合曲线 $p(t)$ 的切线 $p'(t_i)$ 上的投影; 优化后的切线方向 $p'(\hat{t}_i)$ 与偏差向量 \hat{d}_i 正交

Fig. 1 Projection of deviation vector d_i along the tangent $p'(t_i)$ of the fitting curve $p(t)$; The optimized tangent $p'(\hat{t}_i)$ orthogonal to deviation vector \hat{d}_i

得此多项式在闭区间 $[0, 1]$ 内的实零点, 若在初始值点附近不存在满足要求的实零点, 则仍取原参数。为求出位于分段曲线连接点附近的合适参数, 可在此连接点前后的两段曲线上搜索满足式(9)的参数点, 并以距离连接点较近的点作为新的参数点。

下一步, 用式(9)求得的新的型值点参数 \hat{t}_i 去代替老参数 t_i , 并仍然记为 t_i , 再重复上面求解法方程的过程, 即可得到新的控制顶点 $p_k (k = 1, \dots, m + 3)$ 及新的拟合曲线 $p(t)$, 进而得到再次更新的拟合参数 \hat{t}_i 。这个过程可一直进行下去, 直至总的拟合误差小于用户给定的公差 ϵ_0 。这时所得到的参数就是拟合曲线上最优的型值点参数。由于型值点到迭代曲线上新参数取值点的距离在不断减小, 且每一次迭代后, 每一个型值点的新参数都优于老参数, 因而此方法是收敛的。

3.2 曲线最优化参数拟合算法

给定型值点序列 $\{q_i\}_{i=1}^M$ 和拟合曲线的段数 m 以及最多迭代次数 K , 公差值 ϵ_0 , 则曲线最优化参数拟合算法如下:

(1) 根据式(3)及给出的范数 $\|\cdot\|_v$ 求初始化型值点参数 t_i , 并令迭代次数 $k = 1$;

(2) 根据 t_i 及拟合曲线的段数 m , 决定型值点 q_i 所在的子曲线段的序号 j 及其在子曲线段上的对应参数 u_i ;

(3) 通过解法方程(式(5))得到基于最小二乘的拟合曲线的控制顶点来生成拟合曲线 $p(t)$, 并计算拟合误差 ϵ_k , 若 $\epsilon_k < \epsilon_0$, 则停止, 否则转下一步;

(4) 对于 $i = 1 \sim M$

①在初始化型值点参数 t_i 所在的 B 样条曲线段上, 在 t_i 参数点 $p(t_i)$ 附近计算 $p'(t_i)$ 及 $d_i = \|q_i - p(t_i)\|$;

②在 t_i 参数点 $p(t_i)$ 附近求解方程 $p'(t) \cdot (q_i - p(t)) = 0$, 设其解为 \hat{t}_i ;

③若 $0 \leq \hat{t}_i \leq 1$, 且 $\hat{d}_i = \|q_i - p(\hat{t}_i)\| < d_i$, 则用 \hat{t}_i 代替 t_i , 否则 t_i 不变;

(5) 若 $k \geq K$, 则停止, 否则令 $k = k + 1$, 进入步骤(3)。

3.3 曲面最优化参数拟合

对于曲面的情况, 也可类似地得到迭代拟合曲面上的最优参数 $(\hat{u}_{i,j}, \hat{v}_{i,j})$, 使得相对于此拟合曲面的偏差值 $\|\hat{d}_{i,j}\| = \|q_{i,j} - s(\hat{u}_{i,j}, \hat{v}_{i,j})\|$ 达到最小。由解析几何知, 当且仅当参数 $(\hat{u}_{i,j}, \hat{v}_{i,j})$ 满足方程组

$$\begin{cases} (q_{i,j} - s(u,v)) \cdot s'_u(u,v) = 0 \\ (q_{i,j} - s(u,v)) \cdot s'_v(u,v) = 0 \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N$$

时 $(s'_u(u,v), s'_v(u,v))$ 分别表示 $s(u,v)$ 对 u, v 的一阶偏导, 以下同), 上述偏差值最小 (见图 2), 即最优偏差向量 $\hat{d}_{i,j}$ 与曲面 $s(u,v)$ 在参数 $(\hat{u}_{i,j}, \hat{v}_{i,j})$ 处的切平面正交。然而为了适应基于最小二乘的极值条件 (见式(9)), 以便用更新的型值点参数来得到更新的迭代曲面, 必须对上述参数在行和列的方向上分别微调, 使之均一, 也即令

$$\begin{cases} \hat{u}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \hat{u}_{i,j}, i = 1, 2, \dots, M \\ \hat{v}_j = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \hat{v}_{i,j}, j = 1, 2, \dots, N \end{cases}$$

下一步, 用求得的新的型值点参数 (\hat{u}_i, \hat{v}_j) 代替老参数 (u_i, v_j) , 并仍然记为 (u_i, v_j) , 再通过重复上面的求解法方程的过程来得到新的控制顶点 $p_{\alpha,\beta}$ 及新的拟合曲面 $s(u,v)$, 进而得到再次更新的拟合参数 (\hat{u}_i, \hat{v}_j) 。这个过程可一直进行下去, 直至总的拟合误差小于用户给定的公差 ε_0 为止。这时所得到的参数就是拟合曲面上的最优型值点参数。由于型值点到迭代曲面上新参数取值点的距离在不断减小, 且每一次迭代后, 每个型值点的新参数都优于老参数, 因而此方法是收敛的。

4 实例与比较

为验证本文算法效果, 采用散乱点、螺线、阔边帽曲面以及 membrane 曲面, 对 Hoschek, Carlos,

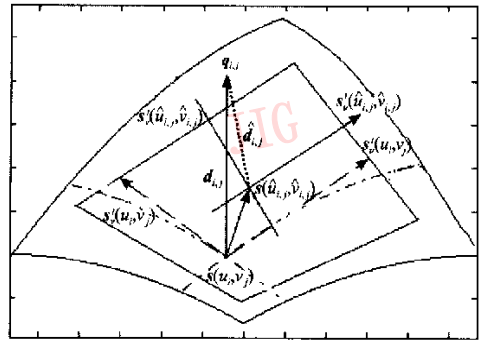


图 2 偏差向量 $d_{i,j}$ 在曲面 $s(u,v)$ 的法向 $s'_u(u,v) \times s'_v(u,v)$ 上的投影; 优化后的切向量 $s'_u(u_{i,j}, v_{i,j}), s'_v(u_{i,j}, v_{i,j})$ 分别与最优偏差向量 $\hat{d}_{i,j}$ 正交

Fig. 2 Projection of deviation vector $d_{i,j}$ along the normal vector $s'_u(u,v) \times s'_v(u,v)$ of the surface $s(u,v)$; The optimized tangent vectors $s'_u(u_{i,j}, v_{i,j}), s'_v(u_{i,j}, v_{i,j})$ orthogonal to optimized deviation vector $\hat{d}_{i,j}$

Piegl 和本文算法进行拟合实验比较, 实验都是应用 Matlab 6.5 在 PC 机上进行的, PC 机的配置为: CPU 雷鸟 1.0G, 内存 256M。

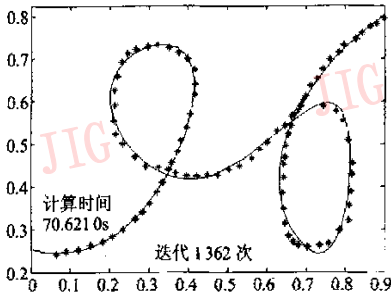
表 1 给出了在相同的拟合精度下, 使用 Hoschek 算法、Carlos 算法和本文的方法对分布较杂乱的 92 个 2 维型值点使用 6 段三次均匀 B 样条曲线进行拟合和使用 Hoschek 算法、Carlos 算法和本文的方法对螺线 $x = 2(1 - \sin\theta); y = 2(1 - \cos\theta); z = 3\theta^2; \theta \in [0, 4\pi]$ 上均匀选取的 126 个型值点用 6 段三次均匀 B 样条曲线进行拟合以及使用 Hoschek 算法、Piegl 算法和本文的方法对阔边帽曲面 (取自文献 [10]) 上均匀选取的 1089 个型值点用 10×10 片双三次均匀 B 样条曲面进行拟合的迭代次数及计算时间 (单位: s)。由表 1 可知, 本文方法与 Hoschek 方法相比, 在相同拟合精度下, 拟合同一曲面时, 不仅迭代次数较少, 而且计算时间较少; 而用 Carlos 算法对前两个算例进行拟合, 几次迭代后拟合误差将不再变化, 即该迭代过程不收敛; 用 Piegl 算法对第 3 个算例进行拟合, 由于并不能保证每一次曲面离散的误差是下降的, 致使迭代后拟合误差在某值左右摆动, 即该迭代过程也不收敛; 而用本文算法进行拟合则是稳定的。图 3 ~ 图 5 分别给出了以上算例在迭代收敛情况下的各种算法的拟合效果比较图。

鉴于 Carlos 算法和 Piegl 算法在上述情况下迭代不收敛, 为此又对这两种算法和本文算法在相同

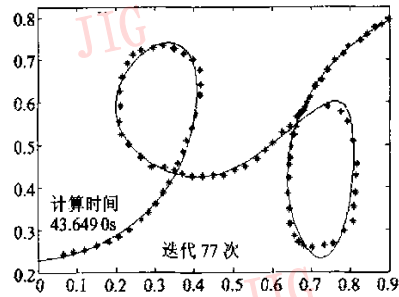
表 1 相同拟合精度下的迭代次数及计算时间比较表

Tab.1 Comparison of iteration and time consumption at the same fitting precision

曲线拟合算例	拟合精度	参数分析	算 法		
			Hoschek 算法	Carlos 算法	本文算法
散乱点曲线拟合 (算例 1)	4.2e-03	迭代次数	1 362		77
		计算时间(s)	70.621 0	2 次迭代后算法无法继续下去	43.649 0
	4.0e-03	迭代次数	7 428		151
		计算时间(s)	390.872 0		93.646 0
螺旋取点曲线拟合 (算例 2)	1.1e+01	迭代次数	1 386		2
		计算时间(s)	100.244 0	2 次迭代后算法无法继续下去	3.185 0
	5.9e+00	迭代次数	4 632		109
		计算时间(s)	302.134 0		115.187
曲面拟合算例	拟合精度	参数分析	Hoschek 算法	Piegl 算法	本文算法
阔边帽面取点曲面拟合 (算例 3)	2.0e-03	迭代次数	83	1 次迭代后误差收敛	2
		计算时间(s)	969.454 0		16.986 0



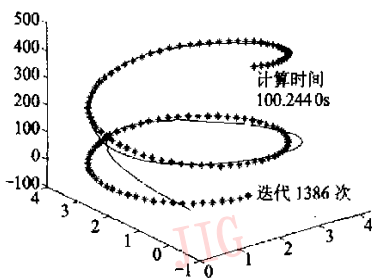
(a) Hoschek 方法拟合结果



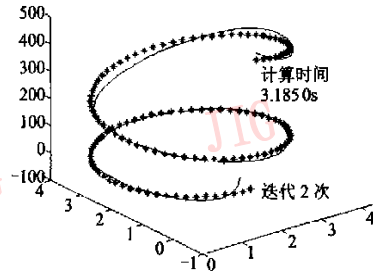
(b) 本文方法拟合结果

图 3 算例 1(散乱点曲线), Hoschek 方法与本文方法拟合效果

Fig.3 Example 1, fitting effect of Hoschek's method and our method



(a) Hoschek 方法拟合结果



(b) 本文方法拟合结果

图 4 算例 2(螺旋曲线), Hoschek 方法与本文方法拟合效果

Fig.4 Example 2, fitting effect of Hoschek's method and our method

的迭代次数下相应的拟合误差和计算时间进行了比较,其结果如表 2 所示。其中用 Carlos 算法和本文

的方法仍对上述两种型值点进行拟合,但都改用 8 段三次均匀 B 样条曲线,效果比较见图 6~图 7;

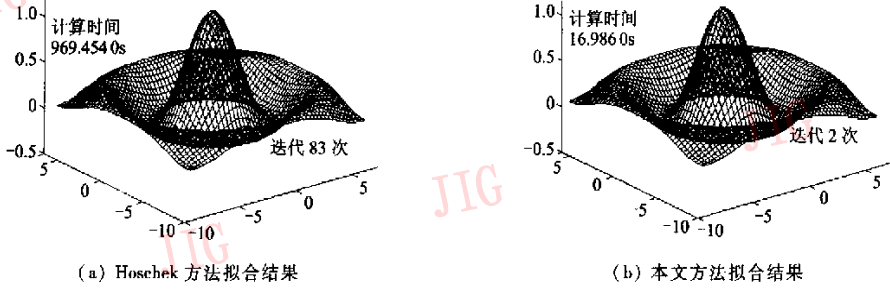


图 5 算例 3(阔边帽面), Hoschek 方法与本文方法拟合效果

Fig. 5 Example 3, fitting effect of Hoschek's method and our method

表 2 相同迭代次数下的拟合误差及计算时间比较表

Tab. 2 Comparison of fitting error and time consumption at the same iteration

曲线拟合算例	迭代次数	参数分析	算 法	
			Carlos 算法	本文算法
散乱点曲线拟合 (算例 4)	1	拟合误差	1.518 3e-01	1.396 2e-02
		计算时间(s)	2.136	0.984
	20	拟合误差	9.361 9e-03	2.789 2e-03
		计算时间(s)	36.841	10.800
螺线取点曲线拟合 (算例 5)	1	拟合误差	4.522 0e+01	8.383 2e+00
		计算时间(s)	1.876	1.112
	20	拟合误差	3.729 3e+01	6.570 0e+00
		计算时间(s)	39.879	18.987
曲面拟合算例	迭代次数	参数分析	Peigl 算法	本文算法
membrane 面取点曲面拟合 (算例 6)	1	拟合误差	2.814 3e+00	3.333 6e-01
		计算时间(s)	97.004	9.447
	5	拟合误差	2.629 1e+00	2.883 2e-01
		计算时间(s)	546.0560	50.3990

Piegl 算法和本文方法的比较则改为通过均匀选取 961 个型值点用 4×4 片双三次均匀 B 样条曲面对 membrane 曲面(取自文献[10])进行拟合,其效果

比较见图 8。由表 2 可知,本文算法可获得相对较高的拟合精度和具有较低的计算时间复杂性。

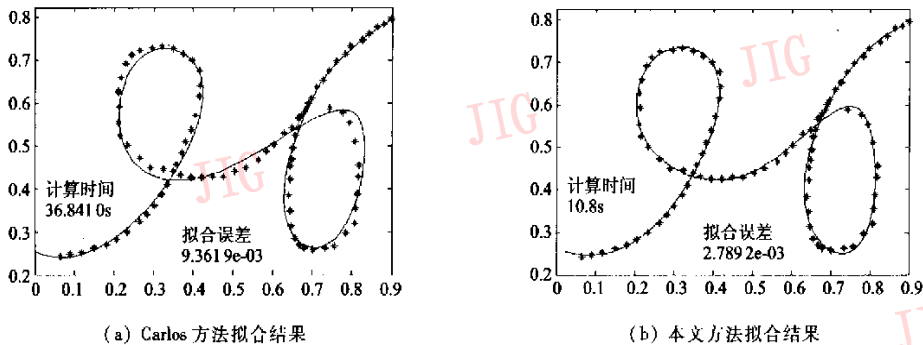


图 6 算例 4(散乱点曲线), Carlos 方法与本文方法拟合效果

Fig. 6 Example 4, fitting effect of Carlos's method and our method

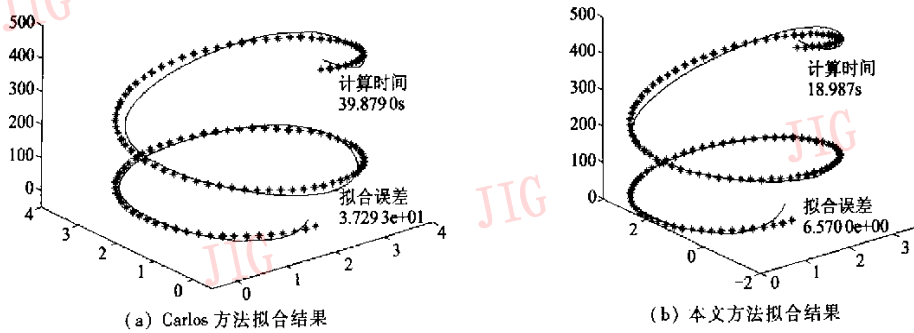


图 7 算例 5(螺旋曲线), Carlos 方法与本文方法拟合效果

Fig. 7 Example 5, fitting effect of Carlos's method and our method

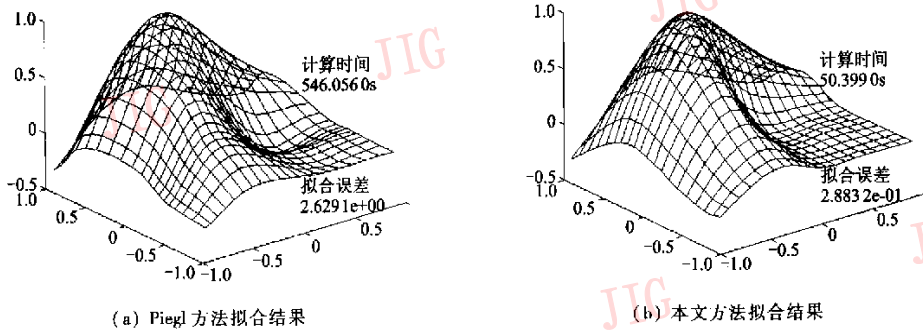


图 8 算例 6(membrane 面), Piegl 方法与本文方法拟合效果

Fig. 8 Example 6, fitting effect of Piegl's method and our method

5 结论

本文提出的曲线曲面拟合中型值点最优参数化方法具有以下优点:首先,因为使用了点到曲线曲面的正交投影法,几何意义明显,且每一次迭代后的参数都趋向最优,所以算法具有很高的拟合精确度,而且由于型值点到迭代曲线曲面上的新投影参数点的距离在迭代过程中不断减小,因此迭代过程是收敛的;其次,由于只在初始参数的邻域中计算新的参数,本算法的时间复杂度是较低的,通过实验也证明,本文结果显然优于目前国际文献中发表的 Hoschek, Carlos 以及 Piegl 等算法,因此对逆向工程等外形设计无疑有实际的应用价值。

参考文献 (References)

- Hoschek J. Intrinsic parametrization for approximation[J]. Computer Aided Geometric Design, 1988, 5(1): 27 ~ 31.
- Golub G, Pereyra V. The differentiation of pseudo-inverse and nonlinear least-squares problems whose variables separate [J]. Society for Industrial and Applied Mathematics, Journal of Numerical Analysis, 1973, 10(2): 413 ~ 432.
- Golub G, Van L C. Matrix computations[M]. Baltimore, Maryland, USA: The Johns Hopkins University Press, 1996: 38 ~ 56.
- Rao C, Mitra S. Generalized inverse of matrices and it's applications [EB/OL]. <http://shum.huji.ac.il/~ritov/Lab/lib.htm>, 1971/2002.
- Nielson C. Coordinate free scattered data interpolation [A]. In: Schumaker L, Chui C, Utreras F (Eds): Topics in Multivariate Approximation[C], New York: Academic Press, 1987:175 ~ 184.
- Carlos F B, Tim P. Total least squares fitting of Bézier and B-spline curves to ordered data [J]. Computer Aided Geometric Design, 2002, 19(4): 275 ~ 289.
- Piegl L A, Tiller W. Parametrization for surface fitting in reverse engineering[J]. Computer-Aided Design, 2001, 33(8): 593 ~ 603.
- WANG Guo-jin, WANG Zhen-wu, SHOU Hua-hao. Smooth and fairing fitting of B-spline surface in the rigid restriction[J]. Journal of Software, 1998, 9(9): 696 ~ 698. [王国瑾, 王振武, 寿华好. B 样条曲面在严格约束状态下的光滑拟合[J]. 软件学报, 1998, 9(9): 696 ~ 698.]
- WANG Guo-jin, WANG Guo-zhao, ZHENG Jian-min. Computer aided geometric design[M]. Beijing: Higher Education Press, 2001: 124 ~ 126. [王国瑾, 汪国昭, 郑建民. 计算机辅助几何设计[M]. 北京: 高等教育-施普林格出版社, 2001: 124 ~ 126.]
- QingYuan Computer Studio. MATLAB 6. 0 higher application-graphics and image processing[M]. Beijing: Machine Press, 2001: 78 ~ 79. [清源计算机工作室. MATLAB 6. 0 高级应用-图形图像处理[M]. 北京: 机械工业出版社, 2001: 78 ~ 79.]